**Національний технічний університет України**

**«Київський політехнічний інститут»**

*Факультет інформатики та обчислювальної техніки*

*Кафедра обчислювальної техніки*

**Лабораторна робота №4**

*Обчислення визначеного інтегралу*

*Виконав:* Крисак Іван Миколайович

*Група:* ІО-53

**2015**

**І. Короткі теоретичні відомості**

***Основні методи інтегрування, які застосовуються в програмуванні:***

1. Метод лівих прямокутників:
2. Метод правих прямокутників:
3. Метод середніх прямокутників:
4. Метод трапецій:
5. Метод парабол:
6. Метод Буля:

**ІI. Блок-схема алгоритму.**

**ІІІ. Перевірка алгоритму**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Метод лівих прямокутників.** | | | | | | |
| **a** | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 |
| **b** | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| **acc** | 0,01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| **r1** |  |  | r2 | r2 | 41.65135 |
| **n** | 1 |  |  |  | 8192 |
| **h** | 0 |  |  |  | 0.00061 |
| **i** | 0 |  |  |  | 8191 |
| **r2** | 0 |  |  |  | 41.65904 |
| **d** | 0 |  |  |  | 0.00769 |
|  | | | | | | |
| **Метод правих прямокутників.** | | | | | | |
| **a** | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 |
| **b** | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| **acc** | 0,01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| **r1** |  |  | r2 | r2 | 41.65138 |
| **n** | 1 |  |  |  | 8192 |
| **h** | 0 |  |  |  | 0.00061 |
| **i** | 1 |  |  |  | 8192 |
| **r2** | 0 |  |  |  | 41.65904 |
| **d** | 0 |  |  |  | 0.00763 |
|  | | | | | | |
| **Метод центральних прямокутників.** | | | | | | |
| **a** | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 |
| **b** | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| **acc** | 0,01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| **r1** |  |  | r2 | r2 | 41.65649 |
| **n** | 1 |  |  |  | 64 |
| **h** | 0 |  |  |  | 0.078125 |
| **i** | 0 |  |  |  | 63 |
| **r2** | 0 |  |  |  | 41.66412 |
| **d** | 0 |  |  |  | 0.00763 |
|  | | | | | | |
| **Метод трапецій.** | | | | | | |
| **a** | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 |
| **b** | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| **acc** | 0,01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| **r1** |  |  | r2 | r2 | 41.66413 |
| **n** | 1 |  |  |  | 128 |
| **h** | 0 |  |  |  | 0.03906 |
| **i** | 0 |  |  |  | 127 |
| **r2** | 0 |  |  |  | 41.66794 |
| **d** | 0 |  |  |  | 0.00381 |
|  | | | | | | |
| **Метод парабол(Сімпсона).** | | | | | | |
| **a** | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 |
| **b** | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| **acc** | 0,01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| **r1** |  |  | r2 | r2 | 41.66667 |
| **n** | 1 |  |  |  | 2 |
| **h** | 0 |  |  |  | 2,5 |
| **i** | 0 |  |  |  | 2 |
| **r2** | 0 |  |  |  | 41.66667 |
| **d** | 0 |  |  |  |  |
|  | | | | | | |
| **Метод Буля(Боде).** | | | | | | |
| **a** | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 |
| **b** | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| **acc** | 0,01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| **r1** |  |  | r2 | r2 | 41.66667 |
| **n** | 1 |  |  |  | 2 |
| **h** | 0 |  |  |  | 2,5 |
| **t** | 0 |  |  |  | 0.625 |
| **i** | 0 |  |  |  | 1 |
| **j** | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 |
| **r2** | 0 |  |  |  | 41.66667 |
| **d** | 0 |  |  |  |  |

**ІV. Код програми**

**program** integral;

**var**

n : integer;

a, b, acc, r : real;

**function** f(x : real) : real;

**begin**

f := x \* x;

**end**;

**procedure** left(a : real; b : real; acc : real; **var** r1 : real; **var** n : integer);

**var**

d, h, r2 : real;

i : integer;

**begin**

n := 1;

r1 := (b - a) \* f(a);

**repeat**

**begin**

n := n \* 2;

h := (b - a) / n;

r2 := 0;

**for** i := 0 **to** n - 1 **do**

r2 := r2 + f(a + i \* h);

r2 := r2 \* h;

d := abs(r2 - r1);

r1:=r2;

**end**

**until** d <= acc;

**end**;

**procedure** right(a : real; b : real; acc : real; **var** r1 : real; **var** n : integer);

**var**

d, h, r2 : real;

i : integer;

**begin**

n := 1;

r1 := (b - a) \* f(b);

**repeat**

**begin**

n := n \* 2;

h := (b - a) / n;

r2 := 0;

**for** i := 1 **to** n **do**

r2 := r2 + f(b - i \* h);

r2 := r2 \* h;

d := abs(r2 - r1);

r1:=r2;

**end**

**until** d <= acc;

**end**;

**procedure** centre(a : real; b : real; acc : real; **var** r1 : real; **var** n : integer);

**var**

d, h, r2 : real;

i : integer;

**begin**

n := 1;

r1 := (b - a) \* f((a + b) / 2);

**repeat**

**begin**

n := n \* 2;

h := (b - a) / n;

r2 := 0;

**for** i := 0 **to** n - 1 **do**

r2 := r2 + f(a + (i \* h) + (h / 2));

r2 := r2 \* h;

d := abs(r2 - r1);

r1:=r2;

**end**

**until** d <= acc;

**end**;

**procedure** trap(a : real; b : real; acc : real; **var** r1 : real; **var** n : integer);

**var**

d, h, r2 : real;

i : integer;

**begin**

n := 1;

r1 := (b - a) \* ((f(a) + f(b)) / 2);

**repeat**

**begin**

n := n \* 2;

h := (b - a) / n;

r2 := 0;

**for** i := 0 **to** n - 1 **do**

r2 := r2 + f(a + i \* h) + f(a + (i + 1) \* h);

r2 := r2 \* h / 2;

d := abs(r2 - r1);

r1:=r2;

**end**

**until** d <= acc;

**end**;

**procedure** simp(a : real; b : real; acc : real; **var** r1 : real; **var** n : integer);

**var**

d, h, r2 : real;

i : integer;

**begin**

n := 1;

r1 := (b - a) \* ((f(a) + f(b)) / 3);

**repeat**

**begin**

n := n \* 2;

h := (b - a) / n;

r2 := 0;

**for** i := 0 **to** n **do**

**begin**

**if** (i=0) **or** (i = n) **then**

r2 := r2 + f(a + i \* h)

**else**

**if** i **mod** 2 = 0 **then**

r2 := r2 + 2 \* f(a + i \* h)

**else**

r2 := r2 + 4 \* f(a + i \* h);

**end**;

r2 := r2 \* h / 3;

d := abs(r2 - r1);

r1:=r2;

**end**

**until** d <= acc;

**end**;

**procedure** bool(a : real; b : real; acc : real; **var** r1 : real; **var** n : integer);

**var**

d, h, r2, t : real;

i, j : integer;

**begin**

r1 := (b - a) \* (f(a) + f(b));

**repeat**

**begin**

n := 1;

n := n \* 2;

h := (b - a) / n;

t := h / 4;

r2 := 0;

**for** i := 0 **to** n - 1 **do**

**begin**

**for** j:=0 **to** 4 **do**

**begin**

**if** (j=0) **or** (j=4) **then**

r2 := r2 + 7 \* f(a + (i \* h) + (j \* t))

**else**

**if** (j=1) **or** (j=3) **then**

r2 := r2 + 32 \* f(a + (i \* h) + (j \* t))

**else**

r2 := r2 + 12 \* f(a + (i \* h) + (j \* t));

**end**;

**end**;

r2 := r2 \* 2 \* t / 45;

d := abs(r2 - r1);

r1:=r2;

**end**

**until** d <= acc;

**end**;

**begin**

write('Enter the start of the range: ');

readln(a);

write('Enter the finish of the range: ');

readln(b);

write('Enter the accuracy of the canculation: ');

readln(acc);

left(a, b, acc, r, n);

writeln('The result of left rectangle method is ', r);

writeln('The number of additions is ', n);

right(a, b, acc, r, n);

writeln('The result of right rectangle method is ', r);

writeln('The number of additions is ', n);

centre(a, b, acc, r, n);

writeln('The result of centre rectangle method is ', r);

writeln('The number of additions is ', n);

trap(a, b, acc, r, n);

writeln('The result of trapezium method is ', r);

writeln('The number of additions is ', n);

simp(a, b, acc, r, n);

writeln('The result of Simpson''s method is ', r);

writeln('The number of additions is ', n);

bool(a, b, acc, r, n);

writeln('The result of Boole''s method is ', r);

writeln('The number of additions is ', n);

**end**.

**V. Висновок**

Точність обчислення визначених інтегралів даними методами залежить від кількості розбивань проміжку [a;b], що в свою чергу залежить від параметра e. При цьому, для різних методів ця залежність сильно відрізняється. Так, методам лівих і правих прямокутників для досягнення заданої точності необхідна більша кількість розбивань, ніж методам середніх прямокутників і трапецій, і значно більша, ніж методам Сімпсона і Буля. Це також зумовлює швидкість обчислення кожним з методів. Час же роботи програми прямо пропорційний до кількості ітерацій в циклі, які знову ж таки залежать від вибраного методу.

Для прикладу, при знаходженні з точністю до 0,00001 процедури показали такий час: метод лівих прямокутників – 31 мс, метод правих прямокутників – 31 мс, метод середніх прямокутників – 16 мс, метод трапецій – 14 мс, метод Сімпсона – <1 мс і метод Буля – <1 мс.